

ΤΑΞΗ: Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Μ. Τετάρτη 8 Απριλίου 2015
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

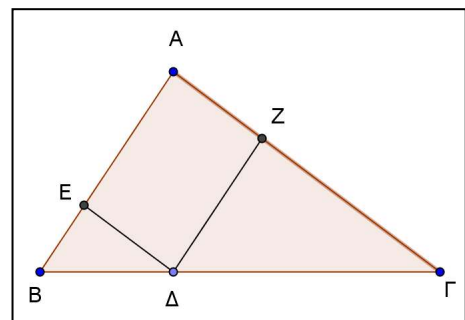
- A1.** Σχ. βιβλίο 9.2 θεώρημα IV.
A2. Λ, Σ, Λ, Σ, Σ.

ΘΕΜΑ Β

- B1.** Αφού $ΔΕ//ΑΓ$ θα είναι $ΔΕΒ \approx ΒΑΓ$ οπότε $\frac{ΔΕ}{ΑΓ} = \frac{ΒΔ}{ΒΓ}$.

- B2.** Αφού $ΔΖ//ΑΒ$ θα είναι $ΓΖΔ \approx ΓΑΒ$,
οπότε $\frac{ΔΖ}{ΑΒ} = \frac{ΓΔ}{ΒΓ} \Leftrightarrow \frac{ΑΕ}{ΑΒ} = \frac{ΓΔ}{ΒΓ}$

- B3.** Αν $\frac{ΒΔ}{ΔΓ} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{ΒΔ}{ΒΔ + ΔΓ} = \frac{2}{3+2} \Leftrightarrow \frac{ΒΔ}{ΒΓ} = \frac{2}{5}$
οπότε $\frac{(ΒΕΔ)}{(ΒΑΓ)} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$
Όμοια $\frac{ΓΔ}{ΓΒ} = \frac{3}{5}$ οπότε $\frac{(ΓΔΖ)}{(ΓΒΑ)} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$.
Άρα $(ΑΖΔΕ) = (ΑΒΓ) - (ΒΕΔ) - (ΓΖΔ) =$
 $= (ΑΒΓ) - \frac{4}{25}(ΑΒΓ) - \frac{9}{25}(ΑΒΓ) = \frac{12}{25}(ΑΒΓ)$
δηλ. $\frac{(ΑΖΔΕ)}{(ΑΒΓ)} = \frac{12}{25}$.



ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Είναι $(AB\Gamma) = \frac{1}{2} BA \cdot B\Gamma \eta\mu B \Leftrightarrow \frac{21\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 7 \eta\mu B \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow \eta\mu B = \frac{21\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{2}{21} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \eta\mu 60^\circ \quad \text{δηλ.} \quad B = 60^\circ.$

Τότε από το νόμο των συνημιτόνων για τη πλευρά ΑΓ έχουμε:

$$\begin{aligned} A\Gamma^2 &= AB^2 + B\Gamma^2 - 2AB \cdot B\Gamma \cdot \sigma\upsilon\nu 60^\circ = \\ &= 9 + 49 - 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot \frac{1}{2} = 37 \Rightarrow A\Gamma = \sqrt{37}. \end{aligned}$$

Είναι $B\Gamma^2 = 7^2 = 49$ και $AB^2 + A\Gamma^2 = 9 + 37 = 46$

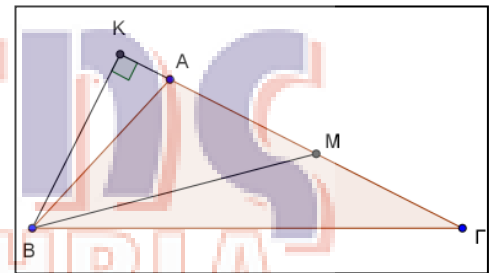
δηλ. $B\Gamma^2 > AB^2 + A\Gamma^2 \Leftrightarrow \hat{A} > 90^\circ$

δηλ. το τρίγωνο ΑΒΓ είναι αμβλυγώνιο.

Γ2. $BM^2 = \mu_\beta^2 = \frac{2\alpha^2 + 2\gamma^2 - \beta^2}{4} = \frac{2 \cdot 49 + 2 \cdot 9 - 37}{4} =$
 $= \frac{98 + 18 - 37}{4} = \frac{79}{4} \Leftrightarrow BM = \frac{\sqrt{79}}{2}$

και από 2^ο θεώρημα διαμέσων στο $\triangle AB\Gamma$ θα έχουμε:

$$\begin{aligned} |\alpha^2 - \gamma^2| &= 2 \cdot \beta \cdot MK \Leftrightarrow |49 - 9| = 2 \cdot \sqrt{37} MK \\ \Leftrightarrow MK &= \frac{20}{\sqrt{37}} = \frac{20\sqrt{37}}{37} \end{aligned}$$



Γ3. Από Γενικευμένο Πυθ.θεώρημα για αμβλεία γωνία αφού $A > 90^\circ$ για την πλευρά ΒΓ έχουμε

$$\begin{aligned} B\Gamma^2 &= AB^2 + A\Gamma^2 + 2A\Gamma \cdot AK \Leftrightarrow \\ 49 &= 9 + 37 + 2 \cdot \sqrt{37} \cdot AK \Leftrightarrow AK = \frac{49 - 9 - 37}{2\sqrt{37}} = \frac{3\sqrt{37}}{2 \cdot 37} = \frac{3\sqrt{37}}{74}. \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Είναι $AO = OM = AM = R$ δηλ. $\triangle AOM$ ισόπλευρο πλευράς R οπότε έχει περίμετρο $3R$ και $(AOM) = \frac{R^2\sqrt{3}}{4}.$

- Δ2. Οι χορδές AM, AN είναι πλευρές του κανονικού εξαγώνου που είναι εγγεγραμμένο στο κύκλο (O,R).

$$\text{Άρα } \widehat{MAN} = 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ \text{ ή } \widehat{MAN} = \varphi_6 = 180^\circ - \frac{360^\circ}{6} = 120^\circ.$$

$$\text{δηλ. } (AMON) = \frac{120}{360} \pi R^2 = \frac{\pi R^2}{3} \text{ και}$$

$$\text{περίμετρος}_{\text{AMON}} = AM + AN + l_{\widehat{MON}} = R + R + \frac{120}{180} \pi \cdot R = 2R + \frac{2\pi R}{3}.$$

- Δ3. $E_{\Delta KOABN} = E_{\text{κύκλου}} - 2(\widehat{AMON}) - 4(\tau) =$

$$= \pi R^2 - 2 \cdot \frac{\pi R^2}{3} - 4 \left[(\widehat{OMA}) - (OMA) \right] = \frac{\pi R^2}{3} - 4 \left(\frac{60}{360} \pi R^2 - \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} \right) =$$

$$\frac{\pi R^2}{3} - \frac{2\pi R^2}{3} + R^2 \sqrt{3} = R^2 \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right).$$

- Δ4. $AM = \lambda_6 = R, \quad AK = \lambda_3 = R\sqrt{3}, \quad MK = \lambda_6 = R$

$$\text{Οπότε } (AM\Delta K) = E_{\kappa} \text{ τμήματος } AK\Delta M - E_{\kappa} \text{ τμήματος } AZM =$$

$$(\widehat{OAK}) - (OAK) - (\widehat{OMA}) + (OMA) =$$

$$= \frac{120}{360} \pi R^2 - \frac{1}{2} \lambda_3 \cdot \alpha_3 - \frac{60}{360} \pi R^2 + \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} =$$

$$\frac{\pi R^2}{3} - \frac{1}{2} R \cdot R\sqrt{3} - \frac{\pi R^2}{6} + \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} =$$

$$\frac{\pi R^2}{6} - \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} + \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{\pi R^2}{6} = (\widehat{OMA}).$$